

نام و نام خانوادگی:
مقطع و رشته: چهارم ریاضی
نام پدر:
شماره داوطلب:
تعداد صفحه سؤال: ۱ صفحه

نام درس: هندسه تحلیلی
نام دبیر: سمر افتخاری
تاریخ امتحان: ۱۳۹۶/۰۳/۱۸
ساعت امتحان: ۸ صبح/عصر
مدت امتحان: ۹۰ دقیقه



جمهوری اسلامی ایران
اداره کل آموزش و پرورش شهرستان
اداره کل آموزش و پرورش شهرستان خرمین

دبیرستان غیردولتی دخترانه خرمین

آزمون پایان ترم نوبت دوم سال تحصیلی ۹۶-۹۵

ردیف	سوالات	محل مهر یا امضاء مدیر	ردیف
۱	معادله‌ی خطوطی که از نقطه‌ی $A(3,2,1)$ گذشته و با هر دو محور OX و OY زاویه‌ی 60° می‌سازند، کدام است؟		۱
۲	قرینه‌ی بردار $\vec{a} = 2\vec{i} + \vec{j} - 3\vec{k}$ نسبت به امتداد بردار $\vec{b} = \vec{i} - \vec{j} + 2\vec{k}$ کدام است؟		۲
۳	معادله‌ی صفحه‌ای که شامل دو خط $\frac{x}{2} = y = z$ و $\frac{x+1}{2} = y = z$ باشد، کدام است؟		۱
۴	سه بردار $(1, -1, 1)$ و $(0, 2, 1)$ و $(m, 0, 2)$ در یک صفحه‌اند، کدام m است؟		۲
۵	مقدار m را چنان پیدا کنید که خط $mx + 1 = 0$ بر دایره $x^2 + y^2 - 2x - 2y + 1 = 0$ عمود باشد.		۱
۶	در بیضی به معادله $5x^2 + 9y^2 = 45$ نسبت شعاع‌های حامل از نقطه‌ای به طول $x=3$ کدام است؟		۲
۷	مختصات کانونهای هذلولی $4x^2 - 9y^2 - 8x - 18y + 31 = 0$ را پیدا کنید.		۲
۸	فاصله‌ی دو رأس کانونی هذلولی $xy = -4$ کدام است؟		۲
۹	در ماتریس $\begin{bmatrix} \frac{\sqrt{2}}{2} & -\frac{\sqrt{2}}{2} \\ \frac{\sqrt{2}}{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} \end{bmatrix}$ مقدار A^{111} کدام است؟		۲
۱۰	حاصل دترمینان $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ x & y & z \\ x^2 & y^2 & z^2 \end{vmatrix}$ را با استفاده از خواص دترمینان بدست آورید.		۲
۱۱	ماتریس وارون ماتریس $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 1 \end{bmatrix}$ را پیدا کنید.		۱
۱۲	به ازای کدام مقدار a و b دستگاه $\begin{cases} x_1 + ax_2 + x_3 = 1 \\ x_1 + 2x_3 = 2 \\ x_2 - x_3 = b \end{cases}$ الف) دارای یک جواب است. ب) دارای جواب نیست.		۲

جمع بام: ۲۰ نمره

بایاد خدا دل‌آرام می‌گیرد و مطمئن باشید به شما کمک خواهد کرد.

نام درس: هندسه تحلیلی

نام دبیر: سمر افتخاری

تاریخ امتحان: ۱۳۹۶/۰۳/۱۸

ساعت امتحان: ۸ صبح / عصر

مدت امتحان: ۹۰ دقیقه

اداری کل آموزش و پرورش شهرستان

اداری آموزش و پرورش شهرستان منطقه تهران

دبیرستان غیردولتی دخترانه سرای دانش (واحد فلسطین)



کلید سؤالات پایان ترم نوبت دوم سال تحصیلی ۹۶-۹۵

ردیف	راهنمای تصحیح	صفحه:	محل مهر یا امضاء مدیر
۱	$\alpha = 60^\circ \quad \beta = 60^\circ$ $\cos^2 60 + \cos^2 60 + \cos^2 \gamma = 1$ $\frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \cos^2 5 = 1 \rightarrow \cos 5 = \pm \frac{\sqrt{2}}{2}$. / ۵ $V(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \pm \frac{\sqrt{2}}{2}) \rightarrow (1, 1, \pm \sqrt{2})$ $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-3}{\pm \sqrt{2}}$. / ۵		
۲	$(1, -1, 2)$ $a' = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{ \vec{b} ^2} \vec{b}$. / ۵ $\vec{a}' = \frac{2-1-6}{(\sqrt{6})^2} (1, -1, 2) = (-\frac{5}{6}, \frac{5}{6}, -\frac{10}{6})$. / ۵ $a'' = 2a' - \vec{a} = (-\frac{5}{3}, \frac{5}{3}, -\frac{10}{3}) - (2, 1, -3) = (-\frac{11}{3}, \frac{2}{3}, -\frac{1}{3})$. / ۵ . / ۵		
۳	$\frac{x}{2} = y = z \rightarrow A(0, 0, 0)$ $\frac{x+1}{2} = y = z \rightarrow B(-1, 0, 0) \rightarrow \vec{AB}(-1, 0, 0)$ $\vec{V}(2, 1, 1)$. / ۵ $\vec{AB} \times \vec{V}(0, 1, -1)$. / ۵ $0x + y - z = d \rightarrow 0 + 0 - 0 = d \rightarrow y - z = 0$. / ۵		
۴	$\begin{vmatrix} m & 0 & 2 \\ 0 & 2 & 1 \\ 1 & -1 & 1 \end{vmatrix} = 0$. / ۵ $m \times (3) + 0 \times () + 2(-2) = 0$ $3m = 4 \rightarrow m = \frac{4}{3}$. / ۵		
۵	$x^2 + y^2 - 2x - 2y + 1 = 0 \rightarrow o(1, 1)$. / ۵ $y - mx + 1 = 0 \rightarrow 1 - m \times 1 + 1 = 0 \rightarrow m = 2$. / ۵		
۶	$5x^2 + 9y^2 = 45 \rightarrow \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{5} = 1 \quad e = \sqrt{1 - \frac{b^2}{a^2}} = \sqrt{1 - \frac{5}{9}} = \frac{2}{3}$ $MF = a + ex = 3 + \frac{2}{3} \times 3 = 5$ $MF' = a - ex = 3 - \frac{2}{3} \times 3 = 1 \rightarrow \frac{1}{5}$. / ۵		

$$4x^2 - 9y^2 - 8x - 18$$

$$f(x^2 - 2x + 1 - 1) - 9(y^2 + 2y + 1 - 1) + 31 = 0$$

$$f(x - 1)^2 - 4 - 9(y + 1)^2 + 9 + 31 = 0$$

$$f(x - 1)^2 - 9(y + 1)^2 = -36 \rightarrow \frac{(y+1)^2}{4} - \frac{(x-1)^2}{9} = 1$$

$$O(1, -1)$$

$$F(\alpha, \beta + c) = (1, -1 + \sqrt{13})$$

$$C^2 = 4 + 9 = 13 \rightarrow c = \sqrt{13}$$

$$F'(\alpha, \beta - c) = (1, -1 - \sqrt{13})$$

./o

./o

./o

$$xy = -4 \rightarrow \frac{x^2}{2} - \frac{y^2}{2} = -4 \rightarrow \frac{y^2}{8} - \frac{x^2}{8} = 1$$

./o

$$a^2 = 8 \rightarrow a = 2\sqrt{2} \rightarrow 2a = 4\sqrt{2}$$

1

$$A = \begin{bmatrix} \frac{\sqrt{2}}{2} & -\frac{\sqrt{2}}{2} \\ \frac{\sqrt{2}}{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} \end{bmatrix} \rightarrow A = R \frac{\pi}{4} \rightarrow A^{111} = R \frac{111\pi}{4} \rightarrow 27\pi + \frac{3\pi}{4}$$

./o

./o

$$\rightarrow A^{111} = \begin{bmatrix} \frac{\sqrt{2}}{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} \\ -\frac{\sqrt{2}}{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} \end{bmatrix}$$

1

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ x & y & z \\ x^2 & y^2 & z^2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ x & y-x & z-x \\ x^2 & y^2-x^2 & z^2-x^2 \end{vmatrix} =$$

$$(y-x)(z-x) \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ x & 1 & 1 \\ x^2 & y+x & z+x \end{vmatrix}$$

./o

$$= (y-x)(z-x) \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ x & 1 & 0 \\ x^3 & y+x & z-y \end{vmatrix} = (y-x)(z-x)(z-y)$$

./o

./o

$$A = \begin{bmatrix} -1 & -1 & 2 \\ -1 & 1 & -2 \\ 1 & -1 & 0 \end{bmatrix} \rightarrow A^* = N^T = \begin{bmatrix} -1 & -1 & 1 \\ -1 & 1 & -1 \\ 2 & -2 & 0 \end{bmatrix}$$

./o

$$A^{-1} = \frac{1}{|A|} A^* = -\frac{1}{2} \begin{bmatrix} -1 & -1 & 1 \\ -1 & 1 & -1 \\ 2 & -2 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{vmatrix} 1 & a & 1 \\ 1 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & -1 \end{vmatrix} \neq 0 \rightarrow a \neq 1 \quad b \in n$$

./o

./o

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 2 \\ 0 & b & -1 \end{vmatrix} = 0 \rightarrow b = -1, a = -1$$

۷

۸

۹

۱۰

۱۱

۱۲

نام درس: هندسه تحلیلی
تاریخ امتحان: ۱۳۹۶/۳/۱۸
ساعت امتحان: ۸ صبح
مدت امتحان: ۹۰ دقیقه

اداره کل آموزش و پرورش شهر تهران
مدیریت منطقه ۳
دبیرستان دوره اول/دوم دخترانه / پسرانه
امتحانات پایان ترم دوم سال تحصیلی ۹۶-۱۳۹۵

نام و نام خانوادگی:
پایه و رشته: چهارم ریاضی
نام پدر:
شماره داوطلب:

عاقل ترین مردم کسی است که در امور زندگیش بهتر برنامه ریزی کند و در اصلاح آخرتش بیشتر همت نماید.
امام علی(ع)

ردیف	سوالات	محل مهر و امضاء مدیر	بارم
۱	قرینه بردار $a = j + 3k$ را نسبت به بردار $b = i - k$ بدست آورید.		۲
۲	اگر $2x + y + 2z = 9$ ، می نیمم $x^2 + y^2 + z^2$ را بیابید. به ازای چه مقادیری از x, y, z این می نیمم رخ می دهد؟		۲
۳	فاصله نقطه $A = (1, -1, 1)$ را از خط $l: \frac{x}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z}{3}$ بدست آورید.		۲
۴	معادله صفحه ای را بنویسید که شامل خط $\frac{x+3}{2} = y-1 = \frac{z-2}{-3}$ بوده و بر صفحه $2x + 3y - z + 1 = 0$ عمود باشد.		۲
۵	معادله دایره ای را بنویسید که مرکز آن $(2, -2)$ بوده و بر خط $y = x + 4$ مماس باشد.		۲
۶	با استفاده از دوران محورها به اندازه مناسب، نوع مقطع مخروطی $x^2 + xy + y^2 - 6 = 0$ را تعیین کنید.		۲
۷	اگر $A = \begin{bmatrix} -1 & -1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$ یک ماتریس باشد، حاصل A^{100} را تعیین کنید.		۲
۸	بدون بسط دادن و با استفاده از ویژگیهای دترمینان ثابت کنید که $\begin{vmatrix} a+1 & 2 & 3 \\ 1 & a+2 & 3 \\ 1 & 2 & a+3 \end{vmatrix} = a^2(a+6)$		۲
۹	اگر A, B ماتریس های مربعی و هم مرتبه باشند به طوری که $A + B = AB$ ، ثابت کنید که اگر A وارون پذیر باشد، B نیز وارون پذیر است و داریم $A^{-1} + B^{-1} = I$.		۲
۱۰	دستگاه سه معادله و سه مجهولی زیر را با روش گاوس حل کنید. $\begin{cases} x + y - z = -4 \\ 2x - y + z = 1 \\ x + 2y - z = -5 \end{cases}$		۲
۲۰ نمره	موفق و مؤید باشید-داورزنی		

نام درس: هندسه تحلیلی

تاریخ امتحان: 1396/3/18

ساعت امتحان: 8 صبح

مدت امتحان: 90 دقیقه

اداره کل آموزش و پرورش شهر تهران

مدیریت منطقه 3

دبیرستان دوره اول/دوم دخترانه / پسرانه

کلید امتحان پایان ترم دوم سال تحصیلی 96-1395

نام و نام خانوادگی:

پایه و رشته: چهارم ریاضی

نام پدر:

شماره داوطلب:

ردیف	سوالات	محل مهر و امضاء مدیر	بارم
1		$a'' = \frac{2ab}{ b ^2}b - a = \frac{2(-3)}{2}(1, *, -1) - (*, 1, 3) = (-3, -1, *)$	2
2	از نابرابری کشی-شوارتز داریم $ ab \leq a b $ پس اگر قرار دهیم $a = (x, y, z), b = (2, 1, 2)$ داریم: $ ab ^2 \leq a ^2 b ^2 \Rightarrow 2x + y + 2z ^2 \leq (x^2 + y^2 + z^2) \times 9$ $\Rightarrow \text{Min}(x^2 + y^2 + z^2) = \frac{81}{9} = 9$		2
3		$B = (*, *, *) , u = (1, 2, 3) \Rightarrow h = \frac{ AB \times u }{ u } = \frac{\sqrt{25 + 4 + 9}}{\sqrt{1 + 4 + 9}} = \frac{\sqrt{38}}{\sqrt{14}}$	2
4		$N = u \times N' = (2, 1, -3) \times (2, 3, -1) = (8, -4, 4), A \in L \Rightarrow A = (-3, 1, 2)$ $P: 8(x + 3) - 4(y - 1) + 4(z - 2) = *$	2
5		$R = l = \frac{ 2 + 2 + 4 }{\sqrt{1 + 1}} = 4\sqrt{2} \Rightarrow (x - 2)^2 + (y + 2)^2 = 32$	2
6	در این معادله داریم: $a = 1, b = 1, c = 1$. این مقادیر را در معادله زیر قرار می دهیم: $n^2 - (a + c)n + \frac{b^2 - \xi ac}{-\xi} = 0 \Rightarrow n^2 - 2n + \frac{3}{\xi} = 0 \Rightarrow n = \frac{3}{2}, n = \frac{1}{2}$ بنابراین معادله مقطع یک بیضی به صورت های زیر است: $\frac{3}{2}x^2 + \frac{1}{2}y^2 - 6 = 0, \frac{1}{2}x^2 + \frac{3}{2}y^2 - 6 = 0$		2
7		$A = \frac{1}{2}R_{\frac{\pi}{4}} \Rightarrow A^{100} = \frac{1}{2^{100}}R_{100 \cdot \frac{\pi}{4}} = \frac{1}{2^{100}}R_{\frac{25\pi}{2}} = \frac{1}{2^{100}}R_{\frac{5\pi}{2}} = \frac{1}{2^{100}} \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$	2
8	اعمال زیر را به ترتیب روی این دترمینان انجام دهید. $1) -R_2 \rightarrow R_3, 2) -R_1 \rightarrow R_2, 3) C_2 + C_3 \rightarrow C_1, 4) -C_1 \rightarrow C_3, 5) -C_1 \rightarrow C_3$		2
9		$A + B = AB \Rightarrow A^{-1}(A + B) = A^{-1}(AB) \Rightarrow I + A^{-1}B = B \Rightarrow I = IB - A^{-1}B = (I - A^{-1})B \Rightarrow B^{-1} = I - A^{-1} \Rightarrow A^{-1} + B^{-1} = I$	2
10	$z = -2, y = -5, x = -1$. پس از انجام اعمال زیر داریم: $1) -R_1 \rightarrow R_3, 2) -2R_1 \rightarrow R_2, 3) \frac{1}{3}R_2 \rightarrow R_3$		2

نام: نام خانوادگی:	اداره ی کل آموزش و پرورش شهر تهران (منطقه ی ۱۲)	نام درس: هندسه تحلیلی
کلاس: چهارم	دبیرستان و پیش دانشگاهی غیر دولتی	نام دبیر: آقای احمدنژاد رودسری
رشته: ریاضی	امتحانات نوبت دوم سال تحصیلی ۹۵-۹۶	تاریخ امتحان: ۹۶/۰۳/۱۸
شماره صندلی:		ساعت امتحان: ۹ صبح
		مدت امتحان: ۱۱۰ دقیقه

ردیف	سؤالات	ردیف
۱	قرینه و تصویر بردار $\vec{a} = (2, -3, 4)$ را در راستای بردار $\vec{b} = (1, -2, 1)$ به دست آورید.	۲
۲	خط D به معادله $\frac{x+1}{2} = \frac{y+3}{3} = -z$ و صفحه ی P به معادله ی $3x - 2y + 4z + 1 = 0$ مفروض است: (الف) نقطه تلاقی خط D و صفحه P را بیابید. (ب) معادله ی صفحه ای عمود بر D در نقطه ی تلاقی خط و صفحه را به دست آورید.	۱/۵
۳	قطر بزرگ بیضی دو برابر قطر کوچکش می باشد، خروج از مرکز آن را بیابید.	۱/۵
۴	معادله سهمی را بنویسید که خط هادی آن خط $x = 3$ و $F = (1, -1)$ کانون باشد.	۱/۵
۵	معادله دایره ای که مرکز آن به طول یک و بر دو خط $y + x = 0$ و $y + x = 4$ مماس است را بنویسید.	۱
۶	اگر $2x - 3y + 2 = 0$ و $2x + 3y + 6 = 0$ مجانب های یک هذلولی باشند و این هذلولی از $M(-1, 2)$ عبور کند، معادله هذلولی را بنویسید.	۱/۵
۷	حالت استاندارد معادله $2x^2 + \sqrt{3}xy + y^2 = 2$ را بنویسید.	۲
۸	اگر $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$ و $A^n = mA + nI_2$ باشد، مقدار $\frac{m}{n}$ را بیابید.	۱/۵
۹	اگر $A - B$ و $A + B$ خود توان باشند؛ اولاً: ثابت کنید $A^2 + B^2 = A$ ثانیاً: ثابت کنید A و B^2 تعویض پذیرند.	۱/۵
۱۰	حاصل عبارت زیر را با خواص دترمینان بیابید. $\begin{vmatrix} 1 & \log x & \log yz \\ 1 & \log y & \log xz \\ 1 & \log z & \log xy \end{vmatrix}$	۲
۱۱	دستگاه زیر را به روش حذفی گaus حل کنید. $\begin{cases} x + 2y + 3z = 9 \\ 4x + 5y + 6z = 24 \\ 3x + y - 2z = 4 \end{cases}$	۲
۱۲	اگر $\lambda \neq -1$ و A ماتریس معکوس پذیر، به طوری که $A^n = A$ باشد و $B = A + \lambda I$ باشد؛ ثابت کنید B معکوس پذیر است.	۲
۲۰	موفق باشید.	جمع نمره

-۱

$$a' = \frac{a \cdot b}{|b|^2} b = \frac{2+6+4}{1+4+1} (1, -2, 1) = (2, -4, 2)$$

$$a'' = 2a' - a = (4, -8, 4) - (2, -4, 2) = (2, -4, 2)$$

-۲

$$\text{الف) } D = \begin{cases} x = 2t - 1 \\ y = 3t - 3 \\ z = -t \end{cases} \Rightarrow 2(2t - 1) - 2(3t - 3) + 4(-t) + 1 = 0$$

$$\Rightarrow t = 1 \Rightarrow A = (1, 0, -1)$$

$$\text{ب) } u_D = (2, 3, -1) = n_P / 2(x - 1) + 3(y - 0) - (z + 1) = 0 \Rightarrow 2x + 3y - z = 3$$

-۳

$$a = 2b \rightarrow e = \sqrt{1 - \frac{b^2}{a^2}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

-۴

$$a = -1 \rightarrow (y + 1)^2 = 4(-1)(x - 2)$$

-۵

$$2R = \frac{|4 - 0|}{\sqrt{1+1}} \rightarrow R = \sqrt{2}, O \in (y = -x + 2) \rightarrow y = 1 \rightarrow O \Big|_1$$

$$O(x, y) = (x - 1)^2 + (y - 1)^2 = 2$$

-۶

$$(2x - 3y + 2)(2x + 3y + 6) = K$$

$$M(-1, 2) \rightarrow (-2 - 6 + 2)(-2 + 6 + 6) = -6 \cdot 10 = K$$

$$4x^2 - 9y^2 + 16x - 12y + 72 = 0$$

-۷

$$\tan 2\theta = \frac{\sqrt{3}}{2-1} = \sqrt{3} \rightarrow 2\theta = 60^\circ \rightarrow \theta = 30^\circ$$

$$x = \frac{\sqrt{3}}{2}x' - \frac{1}{2}y', \quad y = \frac{1}{2}x' + \frac{\sqrt{3}}{2}y'$$

$$2\left(\frac{\sqrt{3}}{2}x' - \frac{1}{2}y'\right)^2 + \sqrt{3}\left(\frac{\sqrt{3}}{2}x' - \frac{1}{2}y'\right)\left(\frac{1}{2}x' + \frac{\sqrt{3}}{2}y'\right) + \left(\frac{1}{2}x' + \frac{\sqrt{3}}{2}y'\right)^2 = 2$$

$$\frac{3}{2}x'^2 + \frac{1}{2}y'^2 + \frac{3}{2}x'^2 - \frac{3}{2}y'^2 + \frac{1}{2}x'^2 + \frac{3}{2}y'^2 = 2$$

-۸

$$A^2 - (a + d)A + |A|I = 0 \rightarrow A^2 - mA - nI = 0$$

$$\begin{cases} m = a + d = 5 \\ n = -|A| = 2 \end{cases} \Rightarrow \frac{m}{n} = \frac{5}{2}$$

۹- اولاً:

$$(A+B)^{\tau} = A+B \Rightarrow (A+B)^{\tau} = A^{\tau} + AB + BA + B^{\tau} = A+B$$

$$(A-B)^{\tau} = A-B \Rightarrow (A-B)^{\tau} = A^{\tau} - AB - BA + B^{\tau} = A-B$$

$$\Rightarrow \tau A^{\tau} + \tau B^{\tau} = \tau A \xrightarrow{\div \tau} A^{\tau} + B^{\tau} = A$$

ثانياً:

$$AB^{\tau} = A(A - A^{\tau}) = A^{\tau} - A^{\tau} = (A - A^{\tau})A = B^{\tau}A \text{ است تعویض پذیر}$$

-۱۰

$$\begin{vmatrix} 1 & \log x & \log yz \\ 1 & \log y & \log xz \\ 1 & \log z & \log xy \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & \log x & \log xyz \\ 1 & \log y & \log xyz \\ 1 & \log z & \log xyz \end{vmatrix} = \log xyz \begin{vmatrix} 1 & \log x & 1 \\ 1 & \log y & 1 \\ 1 & \log z & 1 \end{vmatrix} = \log xyz \times 0 = 0$$

-۱۱

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 9 \\ 4 & 5 & 6 & 24 \\ 3 & 1 & -2 & 4 \end{vmatrix} \xrightarrow{R_2 - 4R_1, R_3 - 3R_1} \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 9 \\ 0 & -3 & -6 & -12 \\ 0 & -5 & -11 & -23 \end{vmatrix} \xrightarrow{R_3 - \frac{5}{3}R_2} \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 9 \\ 0 & -3 & -6 & -12 \\ 0 & 0 & -1 & -3 \end{vmatrix}$$

$$-z = -3 \Rightarrow z = 3$$

$$-3y - 6z = -12 \Rightarrow y = -2$$

$$x + 2y + 3z = 9 \Rightarrow x = 4$$

-۱۲

$$A^{\tau} = A \rightarrow |A^{\tau}| = |A| \Rightarrow |A|^{\tau} = |A| \xrightarrow{|A| \neq 0} |A| = 1$$

$$|B| = |A + \lambda I| = |A + \lambda A^{-1}A| = |A + \lambda A^{-1}A^{\tau}| = |(I + \lambda A^{-1}A)A|$$

$$|I + \lambda I||A| = |I|(1 + \lambda)||A| = |I|(1 + \lambda)|A| = 1(1 + \lambda) \times 1$$

$$= 1 + \lambda \xrightarrow{\lambda \neq -1} 1 + \lambda \neq 0 \Rightarrow |B| \neq 0 \text{ معکوس پذیر است}$$